

中学生の数学的思考スキル自己評定尺度の構成

Construction of Self-Rating Scale of Mathematical Thinking Skills for Junior High School Students.

天根 哲治*
AMANE Tetsuji

勝 千鶴**
KATSU Chizuru

要 旨

30項目からなる中学生の数学的思考スキル自己評定尺度が原尺度として構成された。単文で表現された尺度項目のそれぞれは、先行研究をもとに想定された数学的思考の11カテゴリから導かれた数学的思考スキルを表していた。参加者(N=138)は公立中学校の1年生であった。彼らは、数学の問題を解いているときの様子を想起しながら、それぞれのスキルの使用度を5件法で評定するように求められた。これらの評定結果をもとに、主因子法、プロマックス回転による因子分析が行われた。4因子が抽出され、それぞれ、「場面と解決法のイメージ化スキル」、「理路整然思考スキル」、「情報整理スキル」、そして「思考過程の顕在化スキル」と解釈された。これらの結果および本尺度の妥当性と信頼性について、教育心理学的に考察された。

Abstract

Self-rating scale of mathematical thinking skills, consisting of thirty scale items, was constructed as an original scale for junior high school students. Each of the scale items, expressed by a simple sentence, represented the mathematical thinking skill derived from eleven categories of mathematical thinking which had been assumed on the basis of previous researches. Participants (N=138) were the first-grade students of a public junior high school. They were asked to rate, while recollecting their experience of problem solving in mathematics, the degree of use for each skills on a 5-point scale. Factor analysis with principal factor method and promax rotation was performed on these ratings. Four factors were extracted, i.e. "skill to imagine a problem-solving setting and its solution", "logical- thinking skill", "information-arrangement skill", and "skill in visualizing the thinking process". These findings, as well as the validity and reliability of this scale, were discussed from the perspective of educational psychology.

キーワード：数学的思考力、数学的思考スキル、自己評定尺度、中学生

keywords：mathematical thinking, mathematical thinking skills, self-rating scale, junior high school student

問題と目的

本研究は、中学生の数学的思考力を数学的思考スキルの使用という観点から測定するための自己評定尺度を構成することを目的としている。

中学校学習指導要領数学科の目標は「数学的活動を通して、数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の方法を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、そ

れらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。(文部科学省, 2008)」とされている。この目標の中には理解、習得、考察、表現、実感、判断など多くの認知過程が含まれているが、これらはすべて数学的思考力に通じるものと考えられる。

1960年代以降、数学的思考と類似した意味合いで「数学的な考え方」という用語が使われるようになり、その概念や捉え方が多くの研究者によって論じられてきた。中島(1981)は「数学的な考え」の構造と創造のための理論として、①課題をより簡潔・明瞭・統合する観点

* 大和大学教育学部教育学科 ** 横須賀市立横須賀総合高等学校

平成26年12月19日受理

をふまえて把握すること, ②手探りの状態からそれを実在化するための手法を探ること, ③解決の鍵として観点の変更や既習の知識とのつながりを再構成すること, ④拡張・一般化による創造の手法と論理を認識することを挙げている。また, 古藤* (1995) は数学的な考えの良さが実感されるのは, ア) 思考や労力を節約することができる, イ) 筋道を立てて考えることができる, ウ) 結果や過程に調和やリズムが実感される, エ) 概念や解決方法に多様な考えが存在していること, オ) 発展的に考えることができるという5つの場面にあるとしている。そして, 片桐 (1988) は「数学的な態度」として, ①自ら進んで自己の問題や目的・内容を明確に把握しようとする, ②筋道の立った行動をしようとする, ③内容を簡単明瞭に表現しようとする, ④よりよいものを求めようとする, の4項目を挙げ, 「数学の方法に関係した数学的な考え方」として帰納的な考え方, 類推的な考え方, 演繹的な考え方, 統合的な考え方, 発展的な考え方, 抽象化の考え方, 単純化の考え方, 一般化の考え方, 特殊化の考え方, 記号化の考え方の10項目を挙げている。さらに, 「数学の内容に関係した数学的な考え方」として単位の考え, 表現の考え, 操作の考え, アルゴリズムの考え, 概括的把握の考え, 基本的性質の考え, 関数的な考え, 式についての考えの8項目を挙げている。

1955年から現行に至るまでの, 学習指導要領や学習指導要録などの数学的な考え方に関する記述をたどると, 1955年の通達の際には「論理的な思考」という言葉が使われている。さらに1958年の告示施行の際は, 目標の中に「数学的な考え方」という表現が使われている。それ以降何らかの形で「数学的な考え方」や「論理的思考」が目標の中に記載されているが, 1977年告示の目標には「数学的な考え方」という記載はなくなっている。しかし1980年の指導要録の評価観点の中に「数学的な考え方」は表れる。これは学習指導要領にその表現はなくなっても, 評価の際には「数学的な考え」は必要との観点からであると考えられる。それ以降「数学的な見方・考え方」は重要視され, 現行の目標には「事象を数理的に考察し表現する能力・・・」とあり, 「それらを活用して考えたり判断したりする態度を育てる」という記述が, 数学的な考え方, 数学的な思考にあたりと考えられる。また, 文部科学省中央教育審議会初等中等教育分科会教育課程部会(2008)の答申における「改善の基本方針」では, 数学的な思考力・表現力について, 合理的, 論理的に考えを進めたり, お互いの知的なコミュニケーションを図るために重要な役割を果たすものであると規定している。そして, 「根拠を明らかにし筋道を立てて体系的に考えることや, 言葉や数, 式, 図, 表, グラフなどの相互の関連を理解し, それらを用いて自分

の考えを分かりやすく説明したり, 互いに自分の考えを表現し伝え合ったりすることなどの指導を充実する。」と, これを育成するための指導内容や活動を具体的に示している。

ところで, 先に引用した諸文献や文部科学省による「数学的思考力」に関する記述を比較すると, 表現は異なっても多くの共通点がみられる。例えば, 前述の中央教育審議会答申の「改善の基本方針」にある「合理的に考えを進めること」は中島(1981)の言う「①簡潔・明瞭・統合する観点をふまえて把握すること」にあたり, 古藤(1995)の「ア) 思考や労力を節約することができる」にあたる。また片桐(1988)はこれを「簡単明瞭」と表現している。「論理的に考えを進めること」は, 中島(1981)の述べている「一般化」から導かれ, これに関

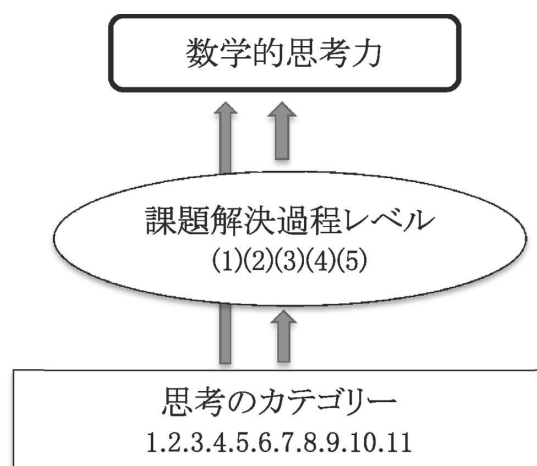


図1 数学的思考力

課題解決の過程レベル

- (1) 合理的に思考し, 思考労力を節約しようとする。
- (2) 課題内容を明確にした上でこれを簡潔明瞭に表現し, 進んで日常生活に生かそうとする。
- (3) 前段階で発見した一応の結論を検証して, その妥当性, 一般性を確かめようとする。
- (4) 解決された課題を基にして, 新しい課題をその中に含めようしたり, 新しい課題に発展させようとする。
- (5) 新しい結果と既存の知識の統合化を図り一般化しようとする。

思考のカテゴリー

- 1 目的を把握する。
- 2 見通しを立てる。
- 3 的確に判断する。
- 4 使える資料は何か考える。
- 5 関係付けてものをとらえようとする。
- 6 筋道立った考え方を示す。
- 7 内容を明確にし, 的確にそれらを記録したり, 伝えたりする。
- 8 分類整理する。
- 9 問題を算数的(数学的)に解決できる問題に作っていく。
- 10 思考を対象的思考から操作的思考に高める。
- 11 自他の思考とその結果を評価し, 洗練する。

* 正式には, 古藤怜先生古希記念論文集作成委員会(1995)と表記すべきところ, 本文中では, 便宜的に, 古藤(1995)と略記する。

して古藤（1995）は「イ」筋道を立てて考えることができる」と表現し、片桐（1988）は「数学の方法に関係した数学的な考え方」と表現している。本研究ではこれらをふまえた上で、課題解決の過程のための5つの構成要素と、それらを具体化した11の思考のカテゴリーを想定し、「数学的思考力」ととらえることにした（図1）。

さて、2012年度から完全実施された中学校学習指導要領では、数学の授業過程において数学的活動を行うことが重視されている。中学校指導要領解説数学編（文部科学省、2008）によると、数学的活動には、問題解決の過程で試行錯誤を行ったり、資料を収集整理したり、実験を行ったりする活動が含まれ得るが、教師の説明を一方的に聞くだけの学習や、単なる計算練習を行うだけの学習などは含まれないことが明記されている。しかしながら、一般に、中学校数学科の授業は、学習した内容を既習事項とし、それをを用いて新たな数学的な性質や事柄を見いだしていくことを学習の基本としている。そこで授業では、基礎的な内容の習得を重視するあまり、例えば計算の仕方についてはアルゴリズム的に処理することを習得させ、それを繰り返し練習することに終始してしまう授業も少なくない。また、数学に対する得意・不得意や好き・嫌いが明確に分化してしまっている中学生に対して、決められた授業時間数の中で多くのことを学ばせるためには、日常生活に目を向けたり、根拠を明らかにし、伝えあう活動に時間を当てるよりは、多くの類似問題を練習させたり、教師がその解説を行う授業の方が効率が良いという現実も存在する。その結果、生徒はテストで問題を解くための解法は身に付けることができても、その解法を適用するに至る論理や背景となる理論については考えることなく、多くの問題をただ処理することが数学の学習であるという認識をもつことになる。

負の数の計算ができる中学生に対して、「なぜ、負の2数の積は正の数になるのか」説明を求めると、「それはそう決まっているから」とか、「そういうものなのだ」と答える生徒がかなり存在する。さらに、「なぜそう決まっているのか？」とたずねると、げげんそうな表情を示す。これは、「なぜ」という問に慣れていないからではないかと思われる。「なぜ」を追求することより、正答を出すことを重視し、そのための決まりや、問題の処理の仕方の学習が数学であると生徒に思わせるような授業を教師側が展開している可能性がある。このような授業の中では、理解を深めたり、数理的に考察したり表現したりする力は育たないであろう。また、数学を活用して判断することも難しいであろう。数学的思考力は、生徒が「なぜ」を追求する過程、すなわち数学的活動を積極的に組み込んだ授業の中で、図1に示した思考や課題解決過程（思考過程）が活性化されることにより高められるものと考えられる。

数学的思考力を高めるための具体的な方法のひとつとして、毎時間の授業の中で、数学的思考スキル（skill）を習得・活用させることが考えられる。一般に、数学的思考力は長期にわたる学習によって獲得されると考えるのが自然であろう。しかしながら、例えば数学的思考力が高いとされている生徒は、「思考する」場面で、イメージしたり、図式化するなど、何らかの具体的な思考のスキルを用いていると推測できる。一方、「考える」ことが苦手な生徒は、「考えなさい」という指示がだされても、何をするのか、どのように考えるのか分からないことがある。何をしたいのか分からない生徒に、例えば「目的は何か考える」ことや、「使える資料は何か考える」こと、「整理分類する」ことなどの、考えるためのスキル（技能）を習得させれば、これを用いて思考しようとするであろう。このようなスキルを習得する機会を意図的に設定し活用を促せば、「数学的に考える」ことが苦手な生徒の思考力も向上していくものと考えられる。もちろん、ここでいうスキルとは、単に数学の試験問題を解くための解法を意味しているのではない。

中学生がどのような数学的思考スキルを習得し使用しているかについて、実証的に検討した研究はほとんどみられない。数学的思考力を数学的思考スキルの習得と活用という観点から高めていくためには、生徒の現状に対するアセスメントと習得を促す指導法の開発、そして実証的な効果測定を可能にする数学的思考スキル測定尺度の開発が必要である。本研究では、生徒が使用している数学的思考スキルの種類や使用度を測定する自己評定尺度を構成することを目的とする。

方 法

1. 対象 Y市N中学校 1年生138名を対象とした。

2. 質問紙の内容 (1)数学的思考スキル自己評定尺度：「数学的思考力」を具体的な思考のカテゴリー（図1）として表現した11の思考に対応させ、30項目からなる数学的思考スキルを設定した（表2）。それらは、例えば、「1）問題を解くときどの解き方が簡単か考える」、「5）重要な情報は何か考える」、などの単文で表現されていた。生徒は、日頃、数学の問題を解くとき、これらのスキルをどの程度使用しているか、実際に行っている程度を、「ものすごくする」～「全くしない」の5件法で自己評定することが求められた。

(2) 数学の問題を解くことに対する得意・苦手意識の自己評定：「数学の問題を解くのが得意だ」に関する自己評定を得意・苦手意識としてとらえ、「すごくあてはまる」～「全くあてはまらない」の5件法で回答を求めた。

3. 実施手続き 数学の時間に担当教員が質問紙の配布と回答に関する教示を行い、教室単位の集合調査法で実施した。生徒が回答に要した時間は、10分～15分であった。

4. 実施時期 2013年1月に実施した。

結 果

1. 尺度項目の因子分析 数学的思考スキル 30項目について項目分析を行い、また評定値の分布を検討した(表1)。

表1 数学的思考スキル自己評定尺度項目の評定平均値と項目分析の結果

項 目	全体		上位群 (n=34)		下位群 (n=34)		t 値
	平均	SD	平均	SD	平均	SD	
1 問題を解くとき、どの解き方が簡単か考える。	2.86	0.98	3.62	0.89	2.12	0.73	7.61**
2 大事な情報を仲間わけしたり、結びつけたりして考える。	2.70	1.10	3.32	1.04	1.82	0.67	7.08**
3 順を追って、ひとつひとつ確かめながら、解いている。	2.86	1.04	3.76	1.02	2.38	0.95	5.78**
4 聞かれていることは何なのか考える。	3.41	1.02	3.88	0.95	2.74	0.90	5.13**
5 重要な情報は何か考える。	3.28	1.14	3.94	0.92	2.35	1.15	6.29**
6 問題を図や表、グラフ、式などに表して考える。	2.86	1.10	3.15	1.10	2.32	1.01	3.21**
7 問題の中の重要なことがらには、線を引いたり、しるしを付けて考える。	2.82	1.31	3.35	1.28	2.24	1.37	3.48**
8 ひとつひとつ順を追って、なぜそうするのかを考えながら解いている。	2.62	1.00	3.29	0.91	1.91	0.87	6.43**
9 はじめに、問題の答えをどんな形で出せばいいのか考える(人、数、文字、cm、など)	3.06	1.13	3.74	1.11	2.44	0.99	5.07**
10 文章問題を解くとき大事なことがらと、そうでないことがらを分けて考える。	2.80	1.11	3.53	0.93	1.94	0.89	7.22**
11 問題の中の重要だと思ふことがらは、抜き出してメモして考える。	1.99	1.04	2.79	1.23	1.50	0.79	5.18**
12 「はじめに,」「次に,」「それから,」というように順序だてて考える。	2.08	1.07	2.91	1.11	1.35	0.54	7.35**
13 自分や周りの人の考え方の中から、一番良いと思われる考え方を使おうとする。	3.46	1.22	4.15	0.93	2.38	1.16	6.95**
14 今までに学んだことがらの何を使って解こうか考える。	3.20	1.04	3.91	0.87	2.32	0.68	8.39**
15 長さ、重さ、広さなどは、その大きさをイメージしながら考える。	2.99	1.20	3.79	1.09	2.21	1.09	5.98**
16 ○○の場合かどうか、など場合に分けて考える。	2.49	1.04	3.35	0.88	1.65	0.85	8.12**
17 問題の内容を、記号や、○×△などに置き換えて考える。	2.07	1.14	2.74	1.33	1.41	0.66	5.19**
18 足す・引く・かける・割る、など、どんな計算で解こうか考える。	3.57	1.09	4.21	0.91	2.65	0.88	7.15**
19 重要な情報を見つけようとする。	3.22	1.13	4.12	0.69	2.21	0.95	9.54**
20 簡単に解けそうか、難しそうか考える。	3.54	1.28	4.21	1.04	2.74	1.19	5.43**
21 必要だと思ふときには、大切なことを図や表に表して考える。	2.72	1.19	3.24	1.18	1.97	1.09	4.59**
22 自分の答えと周りの人の答えを比べ、違いや同じ点を見つけようとする。	3.34	1.16	3.97	0.97	2.68	1.12	5.09**
23 文章問題を解くとき、状況を思い浮かべながら考える。	3.07	1.14	3.88	0.98	2.21	1.04	6.86**
24 問題を解くとき、まずはじめに解き方の順番を考える。	2.72	1.09	3.65	1.15	1.94	0.89	6.85**
25 似ている問題を思い浮かべて考える。	3.09	1.34	4.26	0.93	2.26	1.21	7.62**
26 同じ形を集めるなど、似ているものをまとめて考える。	2.54	1.05	3.29	0.72	1.94	1.01	6.35**
27 自分の出した答えが、誤っていないか見直しをする。	3.32	1.13	3.85	1.18	2.65	1.07	4.41**
28 今までに学んだことがらで使えるものはないか考える。	3.10	1.04	3.82	0.83	2.35	0.92	6.92**
29 数の大きさやつながりを数直線などを使って考える。	2.25	0.95	2.76	1.13	1.76	0.61	4.55**
30 問題を解くとき、なるべく簡単に解ける方法を考えるようにしている。	3.35	1.22	4.18	0.94	2.38	1.16	7.04**

df = 66 **p<.01

項目 17 についてフロア効果が見られたが、項目内容が重要であることおよび項目分析を通過したことにより、この項目も採用して全項目を用いて因子分析（主因子法→プロマックス回転）を行った。因子数を 2～9 まで変化させて結果を検討したところ、因子の解釈容易性とい

う観点から、5 因子構造が妥当であると判断した。但し、第 5 因子に高負荷していた項目は 2 項目のみであった。そこで第 5 因子の積極的解釈は控え、第 1 因子から第 4 因子までを採用することにした（表 2）。

表 2 数学的思考スキル自己評定尺度の因子分析結果

項 目	因 子				
	1	2	3	4	5
第 1 因子：「場面と解決法のイメージ化スキル」 $\alpha = .82$					
15 長さ、重さ、広さなどは、その大きさをイメージしながら考える。	0.69	0.41	0.25	0.28	0.12
14 今までに学んだことがらの何を使って解こうか考える。	0.65	0.27	0.54	0.26	0.51
23 文章問題を解くとき、状況を思い浮かべながら考える。	0.64	0.37	0.33	0.33	0.22
18 足す・引く・かける・割る、など、どんな計算で解こうか考える。	0.61	0.30	0.32	0.13	0.34
24 問題を解くとき、まずはじめに解き方の順番を考える。	0.57	0.55	0.33	0.36	0.21
28 今までに学んだことがらで使えるものはないか考える。	0.56	0.40	0.29	0.25	0.49
13 自分や周りの人の考え方の中から、一番良いと思われる考え方を使おうとする。	0.55	0.25	0.49	0.34	0.45
1 問題を解くとき、どの解き方が簡単か考える。	0.53	0.50	0.35	0.33	0.38
9 はじめに、問題の答えをどんな形で出せばいいのか考える。(○人、数、文字、cm、など)	0.41	0.30	0.24	0.10	0.27
22 自分の答えと周りの人の答えを比べ、違いや同じ点を見つけようとする。	0.34	0.29	0.08	0.29	0.26
第 2 因子：「理路整然思考スキル」 $\alpha = .79$					
16 ○○の場合はどうか、など場合に分けて考える。	0.52	0.67	0.43	0.23	0.26
12 「はじめに、」次に、「それから、」というように順序だてて考える。	0.39	0.57	0.19	0.29	0.24
26 同じ形を集めるなど、似ているものをまとめて考える。	0.39	0.56	0.12	0.21	0.18
17 問題の内容を、記号や、○×△などに置き換えて考える。	0.36	0.54	0.20	0.32	-0.04
10 文章問題を解くとき大事なことがらと、そうでないことがらを分けて考える。	0.41	0.53	0.48	0.20	0.27
8 ひとつひとつ順を追って、なぜそうするのかを考えながら解いている。	0.36	0.52	0.31	0.28	0.25
11 問題の中の重要だと思うことがらは、抜き出してメモして考える。	0.20	0.52	0.27	0.22	0.21
29 数の大きさやつながりを数直線などを使って考える。	0.35	0.51	0.33	0.42	-0.04
25 似ている問題を思い浮かべて考える。	0.42	0.51	0.10	0.46	0.37
7 問題の中の重要なことがらには、線を引いたり、しるしを付けて考える。	0.06	0.37	0.17	0.22	0.20
第 3 因子：「情報整理スキル」 $\alpha = .74$					
5 重要な情報は何か考える。	0.43	0.35	0.74	0.21	0.25
4 聞かれていることは何なのか考える。	0.30	0.27	0.68	0.29	0.42
2 大事な情報を仲間わけしたり、結びつけたりして考える。	0.37	0.51	0.59	0.06	0.12
19 重要な情報を見つけようとする。	0.52	0.49	0.55	0.14	0.48
第 4 因子：「思考過程の顕在化スキル」 $\alpha = .61$					
21 必要だと思うときには、大切なことを図や表に表して考える。	0.38	0.33	0.13	0.52	0.18
6 問題を図や表、グラフ、式などに表して考える。	0.15	0.24	0.28	0.52	0.17
20 簡単に解けそうか、難しそうか考える。	0.39	0.35	0.14	0.51	0.30
3 順を追って、ひとつひとつ確かめながら、解いている。	0.32	0.41	0.34	0.47	0.06
27 自分の出した答えが、誤っていないか見直しをする。	0.30	0.23	0.27	0.23	0.58
30 問題を解くとき、なるべく簡単に解ける方法を考えるようにしている。	0.45	0.45	0.45	0.07	0.56
	因子間相関	1	2	3	4
	1	—	0.581	0.461	0.387
	2	—	—	0.420	0.394
	3	—	—	—	0.190

表3 数学の問題を解くことに対する苦手意識別にみた
数学的思考スキル尺度得点の平均とSD

因子名	得意群		苦手群		t 値
	平均	SD	平均	SD	
場面と解決法のイメージ化スキル	3.64	0.59	2.66	0.66	6.40**
理路整然思考スキル	2.87	0.73	2.18	0.69	3.99**
情報活用スキル	3.68	0.78	2.61	0.75	5.72**
思考過程の顕在化スキル	3.23	0.84	2.56	0.74	3.47**
全体	3.62	1.03	2.85	0.99	3.12**

df = 66 **p<.01

第1因子は“15.長さ、重さ、広さなどは、その大きさをイメージしながら考える。”、“23.文章問題を解くとき、状況を思い浮かべながら考える。”、“28.今までに学んだことがらで使えるものはないか考える。”などが高負荷をしており、「場面と解決法のイメージ化スキル」と解釈した。第2因子には“16.〇〇の場合はどうか、など場合に分けて考える。”や“12.「はじめに,」「次に,」「それから,」というように順序だてて考える。”、“17.問題の内容を、記号や、○×△などに置き換えて考える。”などが高負荷しており、「理路整然思考スキル」と解釈した。第3因子には、“5.重要な情報は何か考える。”や“4.聞かれていることは何なのか考える。”、“2.大事な情報を仲間わけしたり、結びつけたりして考える。”などが高負荷しており「情報整理スキル」と解釈した。第4因子には“21.必要だと思うときには、大切なことを図や表に表して考える。”や“6.問題を図や表、グラフ、式などに表して考える。”、“3.順を追って、ひとつひとつ確かめながら、解いている。”などが高負荷しており「思考過程の顕在化スキル」と解釈した。

因子間の相関係数は、第4因子「思考過程の顕在化スキル」と他の3因子間で低く、特に第3因子「情報整理スキル」とは無相関 ($r = 0.19$) であった。また、第1, 第2, 第3因子間には、中程度の相関 ($r = 0.58 \sim 0.42$) がみられた。

各因子の内的整合性 (α 係数) は、第4因子 (0.61) を除き、いずれも、0.7 以上であった。

2. 得意・苦手意識と数学的思考スキル自己評定尺度の得点 数学の問題を解くことに対する得意・苦手意識の評定値上位 25% を得意群、下位 25% を苦手群とした。数学的思考スキルの各因子に含まれる項目の評定値を合計し項目数で割った値を個人の数学的思考スキル得点とした。表3は数学の問題を解くことに対する得意群と苦手群間の平均値を比較したものである。すべての数学的思考スキルについて群間に有意差が見られ、いずれも得意群の方が平均値が高かった。

考 察

本研究の目的は、中学生の「数学的思考力」を数学的思考スキルの使用という観点から測定するための自己評定尺度を構成することであった。「数学的思考力」を具体的な思考のカテゴリーとして表現した 11 の思考に対応させ、30 項目からなる数学的思考スキル自己評定尺度 (原尺度) を構成した。原尺度 30 項目と数学の問題を解くことに対する得意・苦手意識の評定項目を含む質問紙への回答協力者は、138 名の公立中学校 1 年生であった。生徒たちは、日頃、数学の問題を解くとき、これらのスキルをどの程度使用しているか、5 件法で評定することが求められた。原尺度 30 項目について項目分析を行い、かつ各項目の評定値の分布を検討した後、全 30 項目を使って因子分析を行った。因子の抽出方法は主因子法とし、因子間の相関を仮定してプロマックス回転を行った。抽出する因子数を変化させて結果を検討し、因子の解釈容易性という観点から 5 因子解を採用した。第5因子に高い負荷量を示す項目は 2 項目のみであったので、この因子の積極的解釈は控え、第1～4因子を解釈の対象とした。

第1因子は「場面と解決法のイメージ化スキル」、第2因子は「理路整然思考スキル」、第3因子は「情報整理スキル」、そして第4因子は「思考過程の顕在化スキル」と解釈された。対象校の1年生の生徒たちが使用している数学的思考スキルは、大きくはこれらの4つのスキルとしてまとめられるようであった。

調査対象校の数学担当教諭への事後インタビューによると、生徒たちは日頃の数学の授業で、特段、数学的思考スキルの使用を意識化させるような指導を受けているわけではなかった。原尺度への回答に際しては、数学の問題を解くときに、実際、自分はどのように思考しているか、メタ認知的振り返りが必要になる。日頃から、このような数学的思考スキルやスキルの使用について意識化や指導がなされていない場合、各項目で表現されているスキルの意味が正しく認知されていなかったり、使用度

に関する過大あるいは過小評定がなされたりすることも考えられる。4つの数学的思考スキルとしてまとめられた上述の結果は、このような対象者特性を反映している可能性も考えられる。サンプル数を増やした再検討はもちろんのこと、日頃の数学の授業において、数学的に考えるとは具体的にどのような考え方をすることなのか、どのような考え方のスキルを使用することなのかについて、継続的な指導や意識化が行われている学校の生徒を対象に再検討してみる必要があるであろう。また、数学的思考スキルを表現した個々の尺度項目が生徒に正しく理解されていたかという問題については、項目表現のワーディング (wording) という観点から、一般の公立中学校の生徒にとっても理解しやすい表現に改善する必要がある。

ところで、われわれの指導経験にもとづく、問題解決場面で生徒にとって難しいのは、必要な情報を見出すことであり、自分たちの出した答え(考え)が正しいのか検証することである。前者に関しては本研究で確認された「情報整理スキル(第3因子)」が対応するであろう。一方、後者は、数学的思考力を支える思考のカテゴリー(図1)の11番、「自他の思考とその結果を評価し、洗練する」に対応したスキルである。これに関連した原尺度の項目は、“27. 自分が出した答えが、誤っていないか見直しをする。”、“22. 自分の答えと周りの人の答えを比べ、違いや同じ点を見つけようとする。”、“13. 自分や周りの人の考え方の中から、一番良いと思われる考え方を使おうとする。”であった。因子分析の結果によると、項目13と22は「場面と解決法のイメージ化スキル(第1因子)」の中に含まれていた。また、項目27は、“30. 問題を解くとき、なるべく簡単に解ける方法を考えるようにしている。”とともに、積極的解釈を控えた第5因子に高負荷をしていた(それぞれ、0.58, 0.56)。このように、本研究では、原尺度構成時の想定とは異なり、「振り返って考えるスキル」は1つのまとまりをもった因子(数学的思考スキル)としては抽出されなかった。生徒に修得させべきもう1つのスキルとして、これに関連するスキル項目を増やすなどして、再検討する必要があると考えられる。

さて、本研究で同定された4つの数学的思考スキルの使用度に関し、数学の問題を解くことに対する得意・苦手意識との関係が分析された。いずれのスキルにおいても、使用度の平均値は得意群の方が苦手群より有意に高かった。この結果は、本研究で構成した数学的思考スキル自己評定尺度が、少なくとも妥当な方向にあることを示唆している。しかしながら、この分析で使用した得意・苦手意識の評定値は、数学的思考スキルの使用度評定と同様、回答者による主観的な評定にもとづくものであった。したがって、得意群と苦手群の群分けは、明確な外

的基準に基づいてなされているとは言えず、本分析結果のみから本尺度の基準関連妥当性に言及することはできない。しかし、本研究に続いて行われた授業実践研究(勝, 2014)では、本研究で構成した数学的思考スキル自己評定尺度の評定値と数学の中間テストの得点との間に0.203 ($P<0.10$) ~ 0.263 ($P<0.05$)の相関がみられた。数学的思考スキルの使用は、当然、数学の中間テストの得点にも反映されるであろう。数学の中間テストの妥当性を前提とするなら、両者の間に弱いながらも相関がみられたことは特筆に値する。今後、改めて、複数の外的基準を指標として本尺度の妥当性を検討するとともに、信頼性についても再テスト法等による検討が求められる。

本研究は、数学的思考スキルの使用という観点から、生徒の数学的思考力、数学的に考える力を測定することを試みるものであった。数学的思考力、あるいは数学的に考える力を高める授業については、教育の現場で種々提案・実践され、実践書も出版されている。しかしながら、残念なことに、生徒の現状についてアセスメントを行ったり、授業実践の効果を実証的に検討するための測定、換言すれば、実証的な研究はほとんどなされてこなかった。本研究は、このような現状に対して1つの測定ツールあるいは考え方を提供していると言えよう。また、このような尺度を用いて生徒に自己評定を求めることは、生徒が自らの思考過程をモニターしたり、メタ認知する力を育てる一助になるものと考えられる。数学的思考スキルの使用と“数学的思考力”の関係性について、さらに慎重な検討が求められる。

引用・参考文献

- 片桐 重男 (1988). 数学的な考え方の具体化 明治図書
- 片桐善一郎 (1994). 思考力と問題解決力を高める算数面白問題集 明治図書
- 勝 千鶴 (2014). グループ学習を組み入れた中学校数学科の授業が生徒の数学的思考スキルの習得・活用に及ぼす影響 兵庫教育大学大学院教育実践高度化専攻授業実践リーダーコース報告書 (未公開)
- 国立教育政策研究所 (2005). 教育課程の改善の方針 各教科等の目標評価の観点の改善の変遷; 教育課程審議会答申, 学習指導要領, 指導要録 (昭和22年~平成15年)
- 古藤怜先生古希記念論文集作成委員会 (1995). 学校数学の改善 DoMathの指導と学習 東洋館出版社
- 文部科学省 (2008). 中学校学習指導要領解説数学編 教育出版

文部科学省中央教育審議会初等中等教育分科会教育課程部会（2008）. 幼稚園，小学校，中学校，高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善について（答申）

http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/_icsFiles/afieldfile/2009/05/12/1216828_1.pdf

中原忠男（1995）. 算数・数学教育における構成的アプローチの研究 聖文社

中島健三（1981）. 算数・数学教育と数学的な考え方 金子書房

小田敏弘（2011）. 本当の算数力 日本実業出版社

付 記

1. 本論文は，第一執筆者のガイダンスのもとで第二執筆者がまとめた兵庫教育大学教職大学院報告書（平成25年度）の一部を，第一執筆者が再構成したものである。本論文における調査研究は，両者の共同研究として行われた。
2. 研究を進めるにあたり，N中学校の校長先生をはじめ1年生の数学担当の先生方や諸先生方に多くのご指導とご協力をいただきました。快くご協力いただきました先生方，1年生の生徒の皆さんに心よりお礼申し上げます。